Der Spartransformator in der Hochfrequenztechnik

Mitteilungen aus dem Institut
für Umwelttechnik,
Nonnweiler-Saar
Dr. Schau
DL3LH

Vorwort

Zur Anpassung eines Resonanzkreises an einen Generator ist es häufig erforderlich den Eingangswiderstand zu vermindern oder zu erhöhen. Diese Aufgabe lässt sich leicht nach dem Prinzip des Spartransformators durchführen.

1. Verminderung des Resonanzwiderstandes

Wir gehen von Bild 1 aus. Dabei arbeitet die Schaltung auf den komplexen Abschlusswiderstand $\underline{Z}_2$. Zur Vereinfachung der Rechnung sei der Verlustwiderstand der Induktivität in diesem Abschlusswiderstand enthalten.

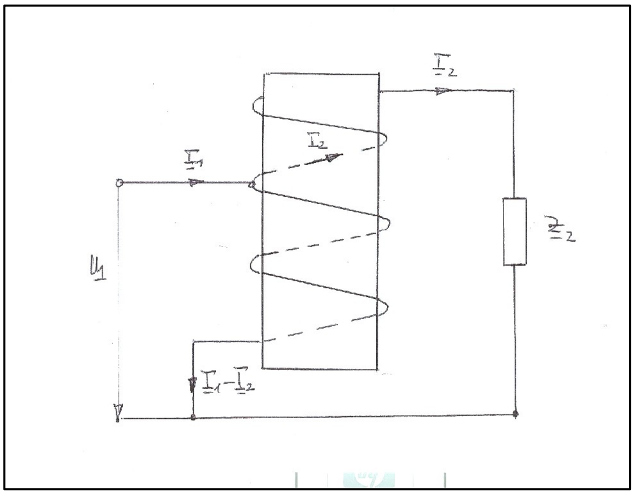

Bild 1 Prinzip eines Spartrafos bei HF

Zur Übersicht über den Wickelsinn betrachte man das Bild 1. Die den Teil-Induktivitäten L_1 und L_2 zugeordneten Wicklungen sind bei den eingetragenen Stromrichtungen gegensinnig, obwohl man beim ersten hinsehen eine gleichsinnige Wicklung annehmen könnte. Mit der „Rechte Hand Regel“ kann leicht die Gegensinnigkeit der Wicklung überprüft werden. Da die beiden Induktivitäten magnetisch gekoppelt sind, hat ein gegenläufiger Wicklungssinn eine negative Gegeninduktivität M zur Folge /3/.

Nach Kirchhoff ergibt sich für den Eingang mit der Teilinduktivität L_1 der Zusammenhang

$$\underline{U}_1 = j\,\omega\, L_1 (\underline{I}_1 - \underline{I}_2) - j\,\omega\, M\, \underline{I}_2 \qquad \text{(Gl 1)}$$

und für den Ausgang gilt

$$\underline{U}_2 = j\omega L_1 (\underline{I}_1 - \underline{I}_2) - j\,\omega\, M\, \underline{I}_2 + (\underline{I}_1 - \underline{I}_2)\, j\omega M - I_2\, j\omega L_2 \qquad \text{(Gl 2)}$$

Mit der Gesamtinduktion der Spule

$$L = L_1 + L_2 + 2\,M \qquad \text{(Gl 3)}$$

und

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_2 * \underline{Z}_2 \qquad \text{(Gl 4)}$$

ergibt sich der Zusammenhang

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1\, j\omega\, (L_1 + M) / (\underline{Z}_2 + j\,\omega\, L). \qquad \text{(Gl 5)}$$

Die komplexe Eingangsimpedanz wird daraus

$$\underline{Z}_1 = j\,\omega\, L_1 + \omega^2 (L_1 + M)^2 / (\underline{Z}_2 + j\,\omega L). \qquad \text{(Gl 6)}$$

Setzt man für den Lastwiderstand

$$\underline{Z}_2 = R_2 + 1/(j\omega C) \qquad \text{(Gl 7)}$$

erhält man einen Resonanzkreis.

Eingesetzt in (Gl 6) wird

$$\underline{Z}_1 = j\,\omega\, L_1 + \omega^2 (L_1 + M)^2 / (R_2 - j/\omega C + j\omega L)$$

und mit dem Resonanzwiderstand des Kreises

$$\underline{Z}_R = R_2 - j/\omega C + j\omega L \qquad \text{(Gl 8)}$$

wird die Eingangsimpedanz

$$\underline{Z}_1 = j\,\omega\, L_1 + \omega^2 L^2 (L_1 + M)^2 / (L^2\, \underline{Z}_R) \qquad \text{(Gl 9)}$$

dabei ist $(L_1 + M)/L$ ein Übersetzungsverhältnis, dass sich bei kleiner Streuung aus den Windungszahlen zu

$$ü^2 = (L_1 + M)^2 / L^2 = (w_1/w)^2 \qquad \text{(Gl 10)}$$

berechnet. W_1 ist dabei die Windungszahl der Teilinduktivität L_1 und w die Windungszahl der gesamten Spule.
Liegt die Anzapfung genau in der Mitte, dann ist $(w_1/w)^2 = 0.5$ und nach (Gl 3) wird

$$(L_1 + M) / L = 0.5 \qquad \text{(Gl 11)}$$

und der Koppelfaktor

$$k = (L_1 + M) / \sqrt{L_1 * L}. \qquad \text{(Gl 12)}$$

Für Resonanz gilt angenähert $\omega_o L = 1/\omega_o C$ und der Eingangswiderstand nach (Gl 9) wird

$$\underline{Z}_{1o} = j\,\omega_o\, L_1 + (w_1/w)^2 R_{ab} \qquad \text{(Gl 13)}$$

$$\text{mit } R_{ab} = R_p = \omega_o L * Q = L / R_2 C \qquad \text{(Gl 14)}$$

wobei Rp der bekannte Parallelwiderstand eines Kreises ist. Nach (Gl 13) hat der Eingangswiderstand immer einen induktiven Anteil, der durch eine primäre Serienkapazität kompensiert werden kann /11/.

Beispiel 1.1

Wir berechnen einen Spartransformator, der in der Mitte eine Anzapfung hat. Die Gesamtinduktivität sei Lges = 12 µH. Der Lastimpedanz sei $\underline{Z}_2$ = (100 – j 270) Ω.

Die Resonanzfrequenz des Kreises berechnet sich aus der Resonanzbedingung zu fo = 3.581 MHz. Die Kapazität wird bei fo = 3.581 MHz C = 164.60 pF. Der Kennwiderstand wird nach (Gl 14) Rp = L/R_2C = 12µH / (100 Ω * 164.60 pF) = 729 Ω.
Die Eingangsimpedanz wird (Gl 13) $\underline{Z}_{1o} = j\ \omega_o\ L_1 + (w_1/w)^2$ Rp = j 135 Ω + ¼ 729 Ω = (182 + j 135) Ω. Eine Serienkapazität von C = 329 pF kompensiert den induktiven Anteil. Wir erhalten einen reellen Eingangswiderstand von R_1 = 182 Ω, der mit einer Anpassschaltung auf 50 Ω angepasst werden muss, will man Anpassungsverluste vermeiden.

2. Erhöhung des Resonanzwiderstandes

Vertauscht man in Bild 1 Ein – und Ausgang, führt dies zu einer Erhöhung des Resonanzwiderstandes. Analog zu (Gl 13) erhält man bei Resonanz

$$\underline{Z}_{10} = j\ \omega_o\ L + (w/w_1)^2\ R_{cb} \qquad \text{(Gl 15)}$$

$$\text{mit } R_{cb} = \omega o\ L_1 * Q. \qquad \text{(Gl 16)}$$

3. Der Phase-Reversal-Transformator

Wird anstatt (Gl 7) nur ein reeller Widerstand als Lastwiderstand verwendet gilt

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_2 * R_2, \qquad \text{(Gl 17)}$$

eine Resonanz kann nicht auftreten.

Wir erhalten mit (Gl 6)

$$\underline{Z}_1 = j\ \omega\ L_1 + \omega^2\ (L_1 + M)^2 / (\ R_2 + j\omega L) \qquad \text{(Gl 18)}$$

und können sofort übersehen, dass die Eingangs-impedanz niemals reell werden kann. Verschiebt man die reelle Last R_2 bis oberhalb des Einspeisepunktes, wird diese nach wie vor nur vom Strom $\underline{I}_2$ durchflossen, aber durch die obere Teil-Induktivität von der Masse entkoppelt, wie beim symmetrischen LC-Anpassnetzwerk. Wir erhalten einen Phase-Reversal-Transformator nach Bild 2.

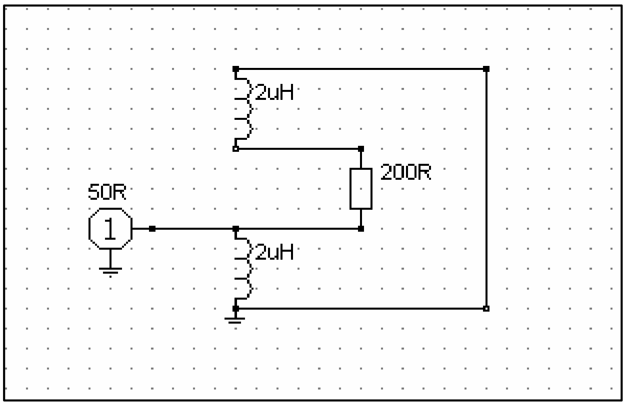

Bild 2: Phase-Reversal-Transformator

Da beide Wicklungen bifilar gewickelt sind, einen hohen Kopplungsgrad nahe k = 1 haben und beide In-duktivitäten gleich sind, wird aus (Gl 3)

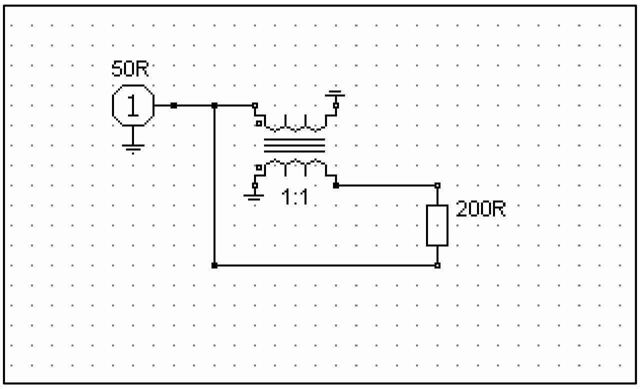

Bild 3: Übliche Darstellung eines Phase-Reversal Transformators

$$\text{Lges} = 4\ L_1 = 4\ L_2 = 4M \qquad \text{(Gl 19)}$$

und mit (Gl 18)

$$\underline{Z}_1 = j\ \omega\ L_1 + \omega^2\ (2\ L_1)^2 / (\ R_2 + j\ 4\ \omega\ L_1). \qquad \text{(Gl 20)}$$

Unter Verwendung der (Gl 11) und einigen Näherungen wird

$$\underline{Z}_1 = j\ \omega\ L_1 + (w_1/w)^2\ R_2. \qquad \text{(Gl 21)}$$

Nur bei Vernachlässigung des induktiven Anteils wird der reelle Ausgangwiderstand R_2 um den Faktor 4 übersetzt. Es wird (rein theoretisch) $R_1 = R_2/4$.

Bei rein reellen Widerständen und idealen Verhältnissen kann dieser Zusammenhang auch aus der Leistungsbilanz berechnet werden.

Mit $L_1 = L_2$ und unter der Voraussetzung $\underline{I}_2 = \underline{I}_1 /2$ werden die Spannungen über den Induktivitäten dem Betrage nach gleich, sind aber in der Phase um 180 Grad verschoben. Am Lastwiderstand liegt die doppelte Eingangsspannung, also 2 U_1.

Der Strom ist im Idealfall die Hälfte des Eingangsstromes und der Widerstand wird vervierfacht. Wir erhalten bei reellen Widerständen aus der Leistungsbilanz

$$R_2 = U_1/2 : I_1/2 = 4\,\underline{U}_1 / \underline{I}_1 = 4\,R_1 \qquad \text{(Gl 22)}$$

eine Transformation von 1: 4, mit dem Nachteil der galvanischen Kopplung zwischen Ein- und Ausgang.

Aus den Berechnungen wird ersichtlich, dass auch der Phase-Reversal-Transformator hinter ein Anpass-netzwerk geschaltet werden muss.

Walter, DL3LH
schau@rs-systems.info
www.rs-systems.info

Literatur auf ham-on-air:

/1/ **„ Antennen Tuning „**

/2/ **„ Ströme, Spannungen und Verlustleistungen in Anpassnetzwerken “**

/3/ **„ Die Antenne macht die Musik “**

/4/ **„ Passive Netzwerke zur Anpassung “**

/5/ **„ Der Kondensator “**

/6/ **„ Der Skin-Effekt “**

/7/ **„ Das Pi-Filter mit Verlusten “**

/8/ **„ Das CLC -T-Filter mit Verlusten “**

/9/ **„ Mythos Balun “**

/10/ **„ Induktivitäten “**

/11/ **„ Gekoppelte Spulen “**

/12/ **„ Antennen Messtechnik I bis VII “**

/13/ **„ Einführung in die theoretische Elektrotechnik “, Karl Küpfmüller, Springer Verlag**

/14/ **„ Gekoppelte Spulen und Kreise“**